

1、破门而入(broken)

将每个房间看成一个节点，里面放的钥匙看成指向另一个房间对应节点的有向边，则能够打开所有房门当且仅当房间形成了不超过k个有向环（注意每个房间的出度恰好为1，所以不会形成更复杂的有向图）。

那么问题就变成了将n个不同的物品嵌入到不超过k个环上的方案数，如果将“不超过”改为恰好，这就是第一类Stirling数的定义，所以答案就是第一类Stirling数的前缀和，直接递推即可，时间复杂度 $O(n^2)$ 。

2、翻转游戏(turn)

首先排除掉长度为1的子串，还剩个 $\frac{n(n-1)}{2}$ 子串，考虑这些子串中哪些子串翻转的结果是相同的，然后去重来计算答案。

注意到一个子串若最左侧和最右侧的字符相同，则这个子串翻转的结果和去掉左右两侧字符的子串翻转的结果时完全相同的，反过来说，就是每对相同的字符实际贡献了一次重复的答案，那么若一种字符出现了m次，贡献重复答案的次数就是 $\frac{m(m-1)}{2}$ ，对每种字符分别去重即可。

3、奶油蛋糕塔(cake)

将每种奶油看成一个节点，每块蛋糕看成一条边，考虑化简一下这个图，首先如果最终方案里存在某种奶油，则该奶油上的自环肯定

都会选取,其次两个奶油节点之间的每两条重边可以等效成一个奶油节点上的自环,枚举一下选取奶油的种类,则原图可以简化成一个没有重边和自环的图.考虑欧拉路,若简化后的图中存在欧拉路,则所有的蛋糕都可以选择,否则的话不难发现至多

只有一条边无法选择,再枚举不可选的边,取可行的方案中最小的边,用所有蛋糕的美味度之和减去就是最终答案.

4、多重影分身之术(duplication)

问题的答案具有单调性:因为总的时间越长,每个影分身能覆盖的范围就越大,从而能被捡到的卷轴也就越多,所以直接考虑二分.

对于每个影分身,它走的路线显然至多只会改变一次方向:每个影分身要么先向左走一段后转身一直向右走,要么先向右走一段后转身一直向左走,从左向右考虑每个影分身,它能走的总距离是被二分值确定的,如果最左的影分身左侧还有卷轴,则该卷轴一定是由该影分身去拾取,否则该影分身可以选择径直向右走,无论哪种情况,都可以视为上述两种路线中选择一种使得向右延伸的距离尽可能远.

那么从左到右对所有的影分身归纳考虑,每个影分身在保证左侧所有卷轴都被拾取的情况下尽可能贪心向右走,如果不能保证拾取卷轴则判定该二分值不可行,若所有卷轴都被拾取则判定该二分值可行,最终总时间复杂度为 $O((n+m)\log\max(x_i, y_i))$.